

## **АЛГОРИТМ ВИРІШЕННЯ ПІДСУМКОВОЇ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ BLUP ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛЕМІННОЇ ЦІННОСТІ ОВЕЦЬ**

**О. І. Горлов, К. А. Івіна, І. О. Мокєєв,  
О. П. Чічасва, А. В. Щербаков**  
ascitsr\_priemnaya@ukr.net

Інститут тваринництва степових районів імені М. Ф. Іванова  
«Асканія-Нова» - Національний науковий селекційно-генетичний  
центр з вівчарства  
вул. Червоноармійська, 1, смт Асканія-Нова, Чаплинський р-н,  
Херсонська обл., 75230, Україна

*Визначення племінної цінності у вівчарстві являється однією з основних задач для підвищення ефективності селекційного процесу. В останній час застосовуються моделі BLUP різного ступеню розкладності з використанням матричного апарату. В статті розглянуто спосіб оцінки племінної цінності плідників методом BLUP шляхом рішення підсумкової системи лінійних рівнянь змішаної моделі ММЕ. Алгоритм побудови цієї системи включає формування таблиць початкових даних, вирішення системи лінійних рівнянь та отримання оцінок племінної цінності тварин. В алгоритмі формування таблиць початкових даних враховувалась сумарна кількість тварин та сумарне значення селекційної ознаки за кожним фіксованим та рандомізованим ефектами. Для дослідження використано інформацію стосовно рівня живої маси 201 потомка 12 баранів-плідників ДПДГ «Асканійське».*

*Для того, щоб впевнитися у вірності складання підсумкової системи, було побудовано систему рівнянь змішаної моделі матричним способом. Незалежно від того, яким з двох розглянутих способів одержана система лінійних рівнянь, вона має однаковий вигляд, результатом її вирішення є оцінка племінної цінності тварин.*

*Виходячи з вищенаведеного пропонуємо застосовувати метод безпосереднього формування підсумкової системи з врахуванням сумарної кількості потомків та їх сумарної продуктивності. Такий спосіб більш простий для розуміння, а головне – менш трудомісткий при застосуванні.*

**Ключові слова:** барани-плідники, BLUP, племінна цінність, системи рівнянь, ефекти фіксовані і рандомізовані, змішана модель, матриці прямі і транспоновані.

# **THE ALGORITHM for SOLVING the RESULTING SYSTEMS of EQUATIONS BLUP for DETERMINING the BREEDING VALUE of SHEEP**

**O. I. Horlov, K. A. Ivina, I. O. Mokeyev,  
O. P. Chichayeva, A. V. Shcherbakov**  
ascitsr\_priemnaya@ukr.net

Ascania Nova Institute of Animal Breeding in the Steppe Regions  
named after M. F. Ivanov - National Scientific Selection-Genetics  
Center for Sheep Breeding  
Chervonoarmiyska Street, 1, AsKania Nova, Chaplinka district, Kherson  
region, 75230, Ukraine

*Definition of breeding value in sheep breeding is one of the primary goals for increase of efficiency of selection process. Recently models BLUP of different degree of complexity with use of the matrix device are applied. In article the way of an estimation of breeding value of manufacturers by method BLUP by the decision of total system of the linear equations of mixed model MME is examined. The algorithm of construction of this system includes formation of tables of initial data, decisions of system of the linear equations and reception of estimations of breeding value of animals. The algorithm of formation of this system includes the tables of initial data, the total quantity of animals and total value of a selection sign for everyone fixed and randomized effects. The information concerning level of live weight 201 offsprings of 12 rams SEEF "Askanijske" had been used for this research.*

*To be convinced of fidelity of drawing up of total system, the system of the equations of the mixed model has been constructed by matrix way. Irrespective of the fact by which from two considered ways, the system of the linear equations has been received, it has an identical appearance, and as the result of its decision is the estimation of breeding value of animals.*

*Proceeding from the aforesaid it suggested to apply a method of direct formation of total system taking into account total quantity of offsprings and their total efficiency. Such way more simple for understanding, and the main thing - less labour-consuming at application.*

**Keywords:** rams-sires, BLUP, breeding value, systems of the equations, effects fixed and randomized, the mixed model, matrices direct and transposed.

# **АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ИТОГОВОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ BLUP ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛЕМЕННОЙ ЦЕННОСТИ ОВЕЦ**

**А. И. Горлов, Е. А. Ивина, И. А. Мокеев,  
Е. П. Чичаева, А. В. Щербаков**  
ascitsr\_priemnaya@ukr.net

Институт животноводства степных районов имени М.Ф. Иванова  
«Аскания-Нова» - Национальный научный селекционно-  
генетический центр по овцеводству  
ул. Красноармейская, 1, пгт Аскания-Нова, Чаплинский р-н,  
Херсонская обл., 75230, Украина

*Определение племенной ценности в овцеводстве является одной из основных задач для повышения эффективности селекционного процесса. В последнее время применяются модели BLUP разной степени сложности с использованием матричного аппарата. В статье рассмотрен способ оценки племенной ценности производителей методом BLUP путем решения итоговой системы линейных уравнений смешанной модели ММЕ. Алгоритм построения этой системы включает формирование таблицы исходных данных, решение системы линейных уравнений и получение оценок племенной ценности животных. В алгоритме формирования таблиц исходных данных учитывалось суммарное количество животных и суммарное значение селекционного признака по каждому фиксированному и рандомизированному эффекту. Для исследования использована информация относительно уровня живой массы 201 потомка 12 баранов ДПДГ «Асканийское».*

*Для того, чтобы убедиться в верности составления итоговой системы, была построена матричным способом система уравнений смешанной модели. Независимо от того, каким из двух рассмотренных способов получена система линейных уравнений, она имеет одинаковый вид, результатом ее решения является оценка племенной ценности животных.*

*Исходя из вышеприведенного, предлагаем применять метод непосредственного формирования итоговой системы с учетом суммарного количества потомков и их суммарной продуктивности. Такой способ более простой для понимания, а главное - менее трудоемкий при применении.*

**Ключевые слова:** бараны-производители, BLUP, племенная ценность, системы уравнений, эффекты фиксированные и рандомизированные, смешанная модель, матрицы прямые и транспонированные.

Однією з важливих задач інтенсифікації селекційного процесу у вівчарстві є підвищення ступеня точності оцінки генотипу тварин шляхом визначення племінної цінності.

Племінна цінність за кількісними ознаками визначається генетичною різницею між продуктивністю окремої тварини і середньою продуктивністю популяції.

Впровадження методу BLUP дозволяє прогнозувати загальну племінну цінність тварини з врахуванням генетичних і негенетичних факторів, що впливають на фенотипове виявлення ознак.

Для розрахунків на основі BLUP застосовуються моделі різного ступеню складності [1-3], однак, нерідко одних і тих же результатів можна досягти застосовуючи більш простий спосіб. У попередніх роботах нами розглянутий матричний спосіб вирішення завдань BLUP [4], який найбільш часто застосується, однак, є складним для розуміння, і що особливо важливо, досить громіздкий при формуванні і вирішенні моделі. Нижче розглянуто спосіб оцінки племінної цінності плідників методом BLUP шляхом рішення підсумкової системи лінійних рівнянь змішаної моделі ММЕ і алгоритм підготовки початкових даних для цього.

**Матеріал і методика досліджень.** Матеріалом дослідження слугувала інформація бази даних про 201 потомка (жива маса) 12 баранів-плідників ДПДГ «Асканійське» (табл. 1).

За даними таблиці 1 будується допоміжна таблиця 2. Таблиця 1 інтуїтивно зрозуміла. В таблиці 2 у рядках записані фіксовані ( $\mu$ ,  $h_1$  -  $h_2$ ) та рандомізовані ( $s_1$  -  $s_{12}$ ) фактори, у стовпцях 2-7 – кількість  $n$  і сумарна жива маса  $m$  потомків.

Ці дві таблиці необхідні для побудови підсумкової системи рівнянь змішаної моделі ММЕ при визначенні племінної цінності плідників BLUP-методом за якістю потомків, минувши проміжні етапи - дії з прямими і транспонованими матрицями  $X$ ,  $Z$  [1-3]. Це помітно скорочує алгоритм в цілому і значно полегшує його сприйняття.

**Таблиця 1. Дані для складання системи рівнянь  
змішаної моделі**

Баран s	Стать потомків	
	маса баранчиків $h_1$	маса ярочок $h_2$
1	2	3
UA6500003076	63, 92, 69, 71, 77, 69, 75	53, 54, 50, 56, 54, 58, 52, 50
UA6500004700	74, 82, 68, 68	46, 60, 60, 58, 54
UA6500003288	60, 66, 65, 66, 78	49, 50, 51, 52, 45, 47, 50, 50, 52, 52, 48, 54, 60, 45, 47
UA6500003314	62, 78, 78, 72, 88, 70	54, 57, 42, 50, 50, 56, 55
UA6500013070	62, 82, 66, 74, 64, 80, 62, 69	65, 52, 65, 54, 54, 46, 58, 59, 57, 55, 45
UA6500013264	76, 67, 74, 55, 76, 72, 64, 60	52, 49, 58, 52, 55, 61, 47, 50, 54, 50, 54
UA6500013801	70, 66, 62, 65, 62, 66, 74, 76, 79, 78, 83, 72	57, 53, 56, 52, 60, 49, 62, 54, 32, 59
UA6500003163	65, 67	60, 50, 63, 52, 51, 54, 49, 56, 60, 59, 60
UA6500003206	78, 64, 68, 64	58, 56, 57, 56, 55, 52, 53, 45, 54, 56, 49, 46, 57, 48, 52, 43, 38, 38
UA6500004928	79, 66, 69	57, 48, 59, 54, 56, 52, 56, 54, 52
UA6500003193	66, 60, 60, 73, 76, 65, 70, 76, 72, 63, 60, 59, 73	48, 52, 45, 55, 44, 49, 46, 53, 42, 49, 42
UA6500003215	72, 67, 63, 72, 77, 79, 69	50, 60, 44, 64, 59, 63

Рівняння змішаної моделі ММЕ має загальний вигляд:

$$Y = \mu + H + S \quad (1)$$

де  $Y$  – вектор вільних членів системи (сумарна жива маса нащадків),  $\mu$  – вектор сумарних значень,  $H$  і  $S$  – матриці фіксованих та рандомізованих ефектів.

Кожний елемент моделі може бути виражений як

$$a_{i,1}\mu + a_{i,2}h_1 + a_{i,3}h_2 + a_{i,4}s_1 + a_{i,5}s_2 + \dots + a_{i,15}s_{12} = y_i \quad (2)$$

де  $i$  – номер рівняння ( $i=1,2,\dots,15$ ),  $j$  – номер елемента моделі ( $j=1,2,\dots,15$ ),  $a_{i,j}$  – коефіцієнти системи. Кількість елементів моделі (порядок системи) дорівнює кількості рядків таблиці 2.

**Таблиця 2. Список елементів моделей**

Елементи Моделі	Потомки					
	Сумарна кількість, n			сумарна жива маса, m		
	$h_{1n}$	$h_{2n}$	$\Sigma_n$	$h_{1m}$	$h_{2m}$	$\Sigma_m$
1	2	3	4	5	6	7
$\mu$	79	122	201	5539	6427	11966
$h_1$ - баранчики	79	0	79	5539	0	5539
$h_2$ – ярочки	0	122	122	0	6427	6427
$s_1$ – баран UA6500003076	7	8	15	516	427	943
$s_2$ – баран UA6500004700	4	5	9	292	278	570
$s_3$ – баран UA6500003288	5	15	20	335	752	1087
$s_4$ – баран UA6500003314	6	7	13	448	364	812
$s_5$ – баран UA6500013070	8	11	19	559	610	1169
$s_6$ – баран UA6500013264	8	11	19	544	582	1126
$s_7$ – баран UA6500013801	12	10	22	853	534	1387
$s_8$ – баран UA6500003163	2	11	13	132	614	746
$s_9$ – баран UA6500003206	4	18	22	274	913	1187
$s_{10}$ – баран UA6500004928	3	9	12	214	488	702
$s_{11}$ – баран UA6500003193	13	11	24	873	525	1398
$s_{12}$ – баран UA6500003215	7	6	13	499	340	839

На підставі таблиці 2 складається підсумкова система рівнянь змішаної моделі ММЕ шляхом підстановки конкретних значень коефіцієнтів  $a_{ij}$  у вираз (2). При цьому рівняння 1, 2, ...15 системи будуть мати вигляд:

$$1. 201\mu + 79h_1 + 122h_2 + 15s_1 + 9s_2 + \dots + 13s_{12} = 11966$$

$$2. 79\mu + 79h_1 + 0h_2 + 7s_1 + 4s_2 + \dots + 7s_{12} = 5539$$

... ..

$$15. 13\mu + 7h_1 + 6h_2 + 0s_1 + 0s_2 + \dots + 13s_{12} = 839$$

В цілому коефіцієнти та вільні члени системи рівнянь наведено у таблиці 3, процес побудови якої можна формалізувати наступ-

ним чином. В останній стовпець (стовпець вільних членів системи) переноситься без зміни стовпець № 7 ( $\Sigma_m$  - сумарна продуктивність) таблиці 2. В перші рядок і стовпець та діагональ переноситься стовпець № 4 ( $\Sigma_n$  - сумарна кількість) таблиці 2. Другий рядок і другий стовпець починаються з другого елемента стовпця № 2. Третій рядок і третій стовпець таблиці 3 також починаються з другого елемента таблиці 2, але стовпця № 3 і так далі в залежності від кількості фіксованих елементів моделі. Елементи інших стовпців та рядків (рандомізовані ефекти) заповнюються нулями, окрім заповнених діагональних. В результаті утворюється підсумкова система рівнянь у вигляді таблиці 3, яка готова для вирішення.

У матричному методі така система має наступний загальний вигляд [1-3]

$$\begin{vmatrix} X'X & X'Z \\ Z'X & ZZ \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} \beta \\ s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X'y \\ Z'y \end{vmatrix} \quad (3)$$

де  $u$  – вектор залежної перемінної;  $\beta$  – вектор, елементами якого є фіксовані ефекти (в нашому прикладі  $\mu, h_1, h_2$ );  $s$  – вектор рандомізованих ефектів батьків;  $X, Z, X', Z'$  – прямі та транспоновані матриці.

Для приведення системи 3 до вигляду конкретної таблиці 3 необхідно:

1. побудувати матриці  $X$  розміром  $201 \times 3$ ,  $Z$  розміром  $201 \times 12$  з нулів та одиниць (таблиця 4);
2. транспонувати матриці  $X$  та  $Z$ ;
3. виконати матричні добутки  $X'X, Z'X, X'Z, Z'Z, X'y, Z'y$ ;
4. об'єднати  $X'X, Z'X, X'Z, Z'Z, X'y, Z'y$  в підсумкову систему таблиці 3.

**Результати досліджень.** Незалежно від того, яким з двох розглянутих способів одержана система лінійних рівнянь, вона має однаковий вигляд (табл. 3), результатом її вирішення є оцінка племінної цінності тварин.

Як правило підсумкова система рівнянь лінійно залежна, тому не має рішення. Для виключення лінійної залежності використовується штучний прийом – підвищення порядку системи на одиницю шляхом введення додатково нульового рядка та стовпця, за виключенням одного з фіксованих ефектів, проти якого у нульових стовпці та рядку ставиться одиниця (табл. 5, стовпець та рядок  $h_1$ ). Для одночасного врахування успадкованості і спорідненості до субматриці рандомізованих ефектів (виділено прямокутником в табл. 5)

**Таблиця 3. Система рівнянь змішаної моделі ММЕ**

№	$\mu$	$h_1$	$h_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$	Y
1	201	79	122	15	9	20	13	19	19	22	13	22	12	24	13	11966
2	79	79	0	7	4	5	6	8	8	12	2	4	3	13	7	5539
3	122	0	122	8	5	15	7	11	11	10	11	18	9	11	6	6427
4	15	7	8	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	943
5	9	4	5	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	570
6	20	5	15	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1087
7	13	6	7	0	0	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	812
8	19	8	11	0	0	0	0	19	0	0	0	0	0	0	0	1169
9	19	8	11	0	0	0	0	0	19	0	0	0	0	0	0	1126
10	22	12	10	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0	0	0	1387
11	13	2	11	0	0	0	0	0	0	0	13	0	0	0	0	746
12	22	4	18	0	0	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0	1187
13	12	3	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	702
14	24	13	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	0	1398
15	13	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	839



**Таблиця 4. Вхідні матриці для складання підсумкової системи**

X			Z												Y
h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>		S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>7</sub>	S <sub>8</sub>	S <sub>9</sub>	S <sub>10</sub>	S <sub>11</sub>	S <sub>12</sub>	
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	63
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	92
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	69
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	71
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	77
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	69
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	53
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	56
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	54
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	58
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	52
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	63

додається добуток  $\lambda=(4-h^2)/h^2$  на обернену матрицю спорідненості (а при її відсутності - на одиничну). Показник успадкованості в досліджуваній групі баранів-плідників, визначений дисперсійним аналізом, дорівнює 0,106, звідки  $\lambda=36,74$  (для скорочення запису заокруглено до цілих - 37).

Результати вирішення підсумкової системи рівнянь (табл. 3) наведено у таблиці 6. Ранги за BLUP показують, що найкращим з плідників, які оцінюються, є  $s_{12}$  – баран-плідник UA6500003215, а найгіршим -  $s_{11}$  – баран-плідник UA6500003193.

Таблиця 5. Лінійно незалежна система рівнянь

201	79	122	15	9	20	13	19	19	22	13	22	12	24	13	0	$\mu$	11966
79	79	0	7	4	5	6	8	8	12	2	4	3	13	7	1	$h_1$	5539
122	0	122	8	5	15	7	11	11	10	11	18	9	11	6	0	$h_2$	6427
15	7	8	52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$s_1$	943
9	4	5	0	46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$s_2$	570
20	5	15	0	0	57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$s_3$	1087
13	6	7	0	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$s_4$	812
19	8	11	0	0	0	0	56	0	0	0	0	0	0	0	0	$s_5$	1169
19	8	11	0	0	0	0	0	56	0	0	0	0	0	0	0	$s_6$	1126
22	12	10	0	0	0	0	0	0	59	0	0	0	0	0	0	$s_7$	1387
13	2	11	0	0	0	0	0	0	0	50	0	0	0	0	0	$s_8$	746
22	4	18	0	0	0	0	0	0	0	0	59	0	0	0	0	$s_9$	1187
12	3	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49	0	0	0	$s_{10}$	702
24	13	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	61	0	0	$s_{11}$	1398
13	7	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	$s_{12}$	839
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	LM	0

**Таблиця 6. Результати оцінки племінної цінності баранів-плідників**

Методи визначення	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_9$	$s_{10}$	$s_{11}$	$s_{12}$
BLUP	0,55	0,54	-1,00	0,41	0,46	-0,31	0,27	0,49	-0,77	0,32	-1,58	0,61
Ранги за BLUP	2	3	11	6	5	9	8	4	10	7	12	1
Дочки-ровесниці (Д-Р)	3,60	3,98	-5,76	3,13	2,20	-0,30	3,95	-2,30	-6,26	-1,10	-1,46	5,35
Ранги за Д-Р	4	2	11	5	6	7	3	10	12	8	9	1

Для порівняння в рядках 3, 4 табл. 6 наведено результати оцінки тих самих тварин модернізованим методом дочка-ровесниця. Різні методи оцінки показали повне співпадіння ( $s_3, s_{12}$ ), незначну різницю ( $s_1, s_2$ ) і суттєву різницю ( $s_7, s_8$ ) рангів плідників.

**Висновки.** Виходячи з того, що підсумкова система лінійних рівнянь BLUP однакова незалежно від способу її побудови, пропонуємо застосовувати метод безпосереднього формування підсумкової системи з врахуванням сумарної кількості нащадків та їх сумарної продуктивності. Такий спосіб більш простий для розуміння, а головне – менш трудомісткий при застосуванні.

Деякі неспівпадіння результатів оцінки можна пояснити більшою точністю методу BLUP по відношенню до методу дочка-ровесниці, оскільки в ньому при оцінці враховувалися успадкованість і родинні зв'язки.

### Список використаної літератури

1. Кузнецов В. М. Основы научных исследований в животноводстве / В. М. Кузнецов. - Киров: Зональный НИИСХ Северо-Востока, 2006. – С. 299-568.
2. Кузнецов В. М. Методы племенной оценки животных с введением в теорию BLUP / В. М. Кузнецов. - Киров: Зональный НИИСХ Северо-Востока, 2003. – 358 с.
3. Даншин В. А. Оценка генетической ценности животных / В. А. Даншин. – Киев: Аграрна наука, 2008. – 180 с.
4. Кудрик Н. А., Горлов А. И., Ивина Е. А., Мокеев И. А., Шульга М. В. Оценка баранов-производителей методом BLUP SM / Н. А. Кудрик // Сб. науч. тр. по материалам международного координационного конгресса ученых-овцеводов «Состояние и перспективы овцеводства и козоводства». – Ставрополь, 2013. – Вып. 6. – С. 63-67.